2024–2025 学年九年级上学期期中质量监测

数　学

班级：＿＿＿＿＿＿ 姓名：＿＿＿＿＿＿ 准考证号：＿＿＿＿＿＿

注意事项：

1．答题前，先将自己的班级、姓名、准考证号写在试题卷和答题卡上，并将准考证条形码粘贴在答题卡上的指定位置。

2．选择题的作答：每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上相应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

3．非选择题的作答：用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内，写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

4．考试结束后，将答题卡上交。

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．方程 $x^2=2024x$ 的解是

A．$x=2024$　　B．$x_1=0,x_2=2024$　　C．$x=0$　　D．无解

【答案】B

【解析】$\because x^2=2024x$，$\therefore x(x-2024)=0$，则 $x_1=0$，$x_2=2024$．

2．已知 $\dfrac{x}{y}=\dfrac{5}{4}$，则 $\dfrac{x-y}{y}$ 的值是

A．1　　B．$-\dfrac{1}{4}$　　C．$\pm\dfrac{1}{4}$　　D．$\dfrac{1}{4}$

【答案】D

【解析】$\because \dfrac{x}{y}=\dfrac{5}{4}$，$\therefore \dfrac{x-y}{y}=\dfrac{5-4}{4}=\dfrac{1}{4}$．

3．关于反比例函数 $y=\dfrac{16}{x}$ 的图象，下列说法正确的是

A．它的图象与 x 轴、y 轴各有一个交点　　B．点（8，2）在它的图象上

C．它的图象在第二、四象限　　D．y 随 x 的增大而减小

【答案】B

【解析】反比例函数 $y=\dfrac{16}{x}$ 的图象在第二、四象限，与 x 轴、y 轴没有交点，在每个象限内 y 随 x 的增大而减小，当 $x=8$ 时，$y=2$，点（8，2）在它的图象上．

4．下列说法中正确的是

A．所有的平行四边形都相似　　B．所有的菱形都相似

C．所有的矩形都相似　　D．所有的正方形都相似

【答案】D

【解析】只有正方形的对应边成比例，对应角相等，所以正方形都相似.

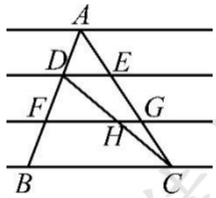
5．已知方程 $x^2+mx+2n=0$ 有两个实数根，其中一个根是 $-n(n\neq 0)$，则方程的另一个根是

A．1　　B．-1　　C．2　　D．-2

【答案】D

【解析】$\because x_1\cdot x_2=2n$，$x_1=-n$，$\therefore x_2=-2$.

6．我们把练习本上的横线认定是平行且等距的格线，如图，彤彤同学在两条横线上画出△ABC，且边 AB，AC 与中间的另外两横线交于 D，F，E，G 四点，连接 CD 交 FG 于点 H，若 $BC=24$，则 HG 的长为



A．2　　B．3

C．4　　D．4.5

【答案】C

【解析】由平行线等分线段定理得，$\dfrac{DE}{BC}=\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{1}{3}$，则 $DE=8$，$\dfrac{HG}{DE}=\dfrac{CG}{CE}=\dfrac{1}{2}$，则 $HG=4$.

7．如果 m 和 n 是方程 $x^2+px+q=0$ 的两个根，则多项式 x^2+px+q 可以分解因式为

A．$(x+m)(x+n)$　　B．$(x-m)(x+n)$　　C．$(x-m)(x-n)$　　D．$(x+m)(x-n)$

【答案】C

【解析】$\because m$ 和 n 是方程 $x^2+px+q=0$ 的两个根，$\therefore m+n=-p$，$m\cdot n=q$，则 $x^2+px+q=(x-m)(x-n)$.

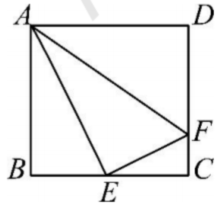
8．对于 x 取任意实数，多项式 x^2-4x+a 的值是一个正数，则 a 的取值范围是

A．$a>4$　　B．$a>-4$　　C．$a\geq 4$　　D．$a\geq 8$

【答案】A

【解析】$\because x^2-4x+a=(x-2)^2-4+a>0$，$\therefore -4+a>0$，则 $a>4$.

9. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，E 是 BC 的中点，F 是 CD 上一点，且 $CF:CD=1:4$，下列结论中错误的是



A. $\triangle ABE \backsim \triangle ECF$

B. $AE=2EF$

C. $\triangle ABE \backsim \triangle AEF$

D. $\triangle ADF \backsim \triangle ECF$

【答案】D

【解析】∵在正方形 $ABCD$ 中，E 是 BC 的中点，F 是 CD 上一点，且 $CF:CD=1:4$，$\therefore \frac{CF}{CE}=\frac{BE}{AB}=\frac{1}{2}$，$\angle C=\angle B$，$\therefore \triangle ABE \backsim \triangle ECF$，$\frac{EF}{AE}=\frac{CF}{BE}=\frac{1}{2}$，则 $AE=2EF$，$\therefore \angle CEF=\angle BAE$，则 $\angle CEF+\angle AEB=\angle BAE+\angle AEB=90^\circ$，即 $\angle AEF=90^\circ$，$\therefore \triangle ABE \backsim \triangle AEF$．

10. 把直线 $y=-x+3$ 的图象向下平移 m 个单位，与反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象只有一个交点，则 m 的值为

A. 1　　B. 5　　C. 2 或 4　　D. 1 或 5

【答案】D

【解析】依题意得：$\begin{cases} y=-x+3-m \\ y=\frac{1}{x} \end{cases}$，即方程 $-x+3-m=\frac{1}{x}$ 只有一个解，

$\therefore \Delta=(m-3)^2-4=0$，得：$m$ 的值为 1 或 5.

二、填空题：本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.

11. 一元二次方程 $x^2-5x+1=0$ 的常数项是__________.

【答案】1

【解析】常数项是 1.

12. $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 是位似图形，且 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的位似比是 3 : 1，已知 $\triangle ABC$ 的周长是 9，则 $\triangle A'B'C'$ 的周长是__________.

【答案】3

【解析】$\triangle A'B'C'$ 的周长是 $9\times\frac{1}{3}=3$.

13．反比例函数 $y=-\frac{1}{x}$ 过点 $A(1,a)$，$B(2,b)$，则 a____ b．（填“>”“<”或“=”）

【答案】<

【解析】$\because$ 反比例函数 $y=-\frac{1}{x}$ 的图象在每个象限内，y 随 x 的增大而增大，

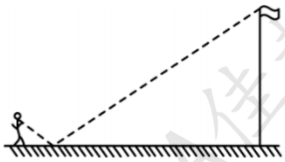
$\therefore a<b$．

14．若函数 $y=kx$ 与函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图象交于两点，其中一个交点的坐标为 $(1,2024)$，则另一个交点的坐标是____________．

【答案】$(-1,-2024)$

【解析】根据反比例函数的中心对称性，另一点与点 $(1,2024)$ 成中心对称，所以另一点为 $(-1,-2024)$．

15．如图，数学活动课上，为测量学校旗杆高度，莹莹同学在脚下水平放置一平面镜，然后向后退（保持脚、镜和旗杆底端在同一直线上），直到她刚好在镜子中看到旗杆的顶端．已知莹莹的眼睛离地面高度为 1.6 m，同时量得莹莹与镜子的水平距离为 2 m，镜子与旗杆的水平距离为 10 m，则旗杆高度为____________．



【答案】8 m

【解析】设旗杆高为 x，根据物高与影长成正比例得，$\frac{x}{10}=\frac{1.6}{2}$，$\therefore x=8$．

16．今年 10 月份以来，我国经济得到回升，A 股某一支股票指数由两周前的 2 700 点涨到 3 600 点，设两周平均每周上涨的百分率为 x，可根据题意列方程为____________．

【答案】$2700(1+x)^2=3600$

【解析】依题意有 $2700(1+x)^2=3600$．

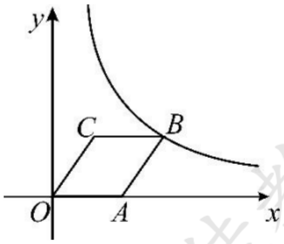
17．若一元二次方程 $x^2+2x+k=0$ 无实数根，则反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$ 的图象经过第________象限．

【答案】一、三

【解析】$\because$ 一元二次方程 $x^2+2x+k=0$ 无实数根，$\therefore \varDelta=4-4k<0$，解得：$k>1$，

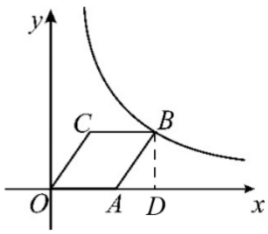
$\therefore$ 反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$ 的图象经过第一、三象限．

18．如图，菱形 $OABC$ 的周长与面积都是 20，反比例函数的图象经过菱形顶点 B，则反比例函数的解析式为____________.



【答案】$y=\dfrac{32}{x}$

【解析】$\because$ 菱形 $OABC$ 的周长与面积都是 20，$\therefore AB=OA=20\div4=5$，$BD=20\div5=4$，则 $AD=3$，$\therefore B(8,4)$，$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y=\dfrac{32}{x}$.



三、解答题：本题共 8 小题，共 66 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

19．（6 分）用公式法解方程：$5x^2-4x-1=0$.

【答案】见解析

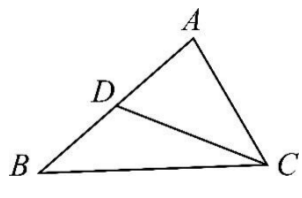
【解析】$\because a=5$，$b=-4$，$c=-1$，……………………………………1 分

$\Delta=16+20=36$，……………………………………………………2 分

$\therefore x=\dfrac{4\pm\sqrt{36}}{10}=\dfrac{4\pm6}{10}$，……………………………………………4 分

则 $x_1=1$，$x_2=-\dfrac{1}{5}$.……………………………………………6 分

20．（6 分）如图，已知 CD 是△ABC 边 AB 上的中线，且 $AC=2\sqrt{2}$，$AB=4$，求证：△ACD∽△ABC.



【答案】见解析

【解析】$\because CD$ 是△ABC 边 AB 上的中线，$AB=4$，

$\therefore AD=2$，……………………………………………………1 分

$\because \dfrac{AD}{AC}=\dfrac{2}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$， $\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{2\sqrt{2}}{4}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore \dfrac{AD}{AC}=\dfrac{AC}{AB}$，且 $\angle CAD=\angle BAC$， ……………………………………5 分

$\therefore \triangle ACD \backsim \triangle ABC$． ……………………………………………………6 分

21．（8 分）已知关于 x 的一元二次方程 $(c+a)x^2+2bx+(c-a)=0$，其中 a，b，c 分别为△ABC 三边的长．

（1）若△ABC 是等边三角形，求方程的根；

（2）若△ABC 是直角三角形，且 c 为斜边长，试判别方程根的情况．

【答案】见解析

【解析】（1）$\because$△ABC 是等边三角形，

$\therefore a=b=c$， ……………………………………………………2 分

则方程变为 $2ax^2+2ax=0$，即： $x^2+x=0$，

解得： $x_1=0$， $x_2=-1$； ……………………………………………4 分

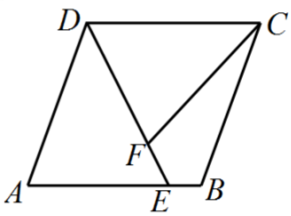
（2）$\because$△ABC 是直角三角形，c 为斜边，

$\therefore a^2+b^2=c^2$， ……………………………………………6 分

$\therefore \Delta=4b^2-4(c+a)(c-a)=4\left(b^2-c^2+a^2\right)=0$，

$\therefore$方程有两个相等的实数根． ……………………………………8 分

22．（8 分）如图，在菱形 $ABCD$ 的边长为 1，E 是 AB 边上与 A，B 不重合的一动点，连接 DE，点 F 是 DE 上一点，且 $\angle CFE=\angle B$．



（1）求证：$\triangle DAE \backsim \triangle CFD$；

（2）当点 E 在 AB 上移动时，线段 CF 也随之变化，设 $DE=x$，$CF=y$，求 y 与 x 间的函数关系式．（不考虑自变量 x 的取值范围）

【答案】见解析

【解析】（1）$\because CD/\!/AB$，

$\therefore \angle CDF=\angle DEA$，

$\because \angle CFE=\angle B$， ……………………………………………2 分

而 $\angle CFE+\angle CFD=\angle A+\angle B=180°$，

$\therefore \angle CFD=\angle A$，

$\therefore \triangle DAE \backsim \triangle CFD$； ……………………………………4 分

（2）$\because \triangle DAE \backsim \triangle CFD$，

$\therefore \dfrac{CF}{DA}=\dfrac{CD}{DE}$，即 $\dfrac{y}{1}=\dfrac{1}{x}$， ……………………………………6 分

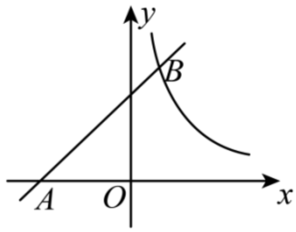
$\therefore y=\dfrac{1}{x}$. ……………………………………8 分

23.（9 分）一次函数 $y=x+3$ 交 x 轴于点 A，交反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 于点 B，已知点 B 的横坐标为 1.

（1）求反比例函数解析式；

（2）点 C 在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 第一象限的图象上，

若 $S_{\triangle ACB}=S_{\triangle AOB}$，求点 C 的坐标.



【答案】见解析

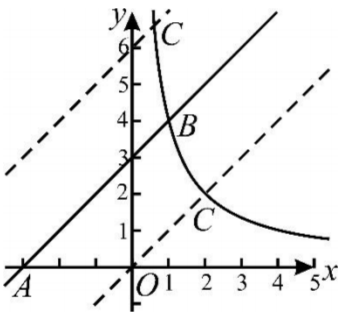
【解析】（1）$\because$ 点 B 的横坐标为 1，且点 B 在函数 $y=x+3$ 图象上，

$\therefore B(1,4)$，将点 $B(1,4)$ 代入反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$，得 $k=4$，

$\therefore$ 反比例函数解析式为 $y=\dfrac{4}{x}$； ……………………………………3 分

（2）$\because$ 直线 $y=x+3$ 与 y 轴交点为 $(0,3)$，而 $S_{\triangle ACB}=S_{\triangle AOB}$，

$\therefore$ 把直线 $y=x+3$ 向下（或向上）平移 3 个单位与反比例函数 $y=\dfrac{4}{x}$ 的交点就是所求的 C 点，



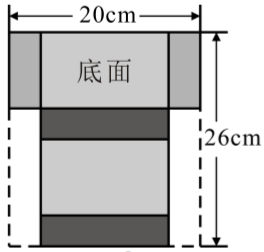
即 $\begin{cases} y=\dfrac{4}{x} \\ y=x \end{cases}$，解得：$x_1=2$，$x_2=-2$（舍去） ……………………………………6 分

或$\begin{cases} y=\dfrac{4}{x} \\ y=x+6 \end{cases}$，解得：$x_1=\sqrt{13}-3$，$x_2=-\sqrt{13}-3$（舍去） ……………………6 分

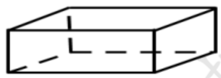
（求出一个点就可以给满分）

$\therefore$点 C 的坐标为 $(2,2)$ 或 $(\sqrt{13}-3,\sqrt{13}+3)$. ……………………………………9 分

24.（9 分）在手工活动课上，轩轩同学为了制作一个底面积是 80 cm^2 的有盖的长方体纸盒，他把一张长 26 cm，宽 20 cm 的矩形纸张，将其两边剪去两个全等的矩形（如图①），剩余部分（阴影部分）经过折叠后得到一个长方体纸盒（如图②）. 求长方体纸盒的长、宽、高各是多少？



图①


图②

【答案】见解析

【解析】设长方体纸盒高为 x cm，则长为 $(20-2x)$ cm，宽为 $(13-x)$ cm，……2 分

依题意得：$(20-2x)(13-x)=80$， ……………………………………6 分

解得：$x_1=5$，$x_2=18$（舍去） ……………………………………8 分

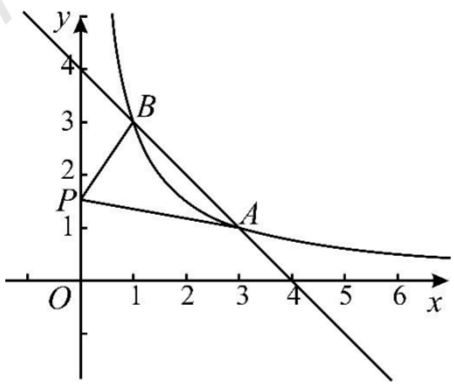
答：长方体纸盒高为 5 cm，则长为 10 cm，宽为 8 cm. …………………………9 分

25.（10 分）如图，已知直线 $y=-x+4$ 与反比例函数 $y=\dfrac{3}{x}$ 的图象交于点 A，B，点 P 是 y 轴上一动点，连接 PA，PB.

（1）求点 A，B 的坐标；

（2）当点 P 运动时，$\triangle PAB$ 的周长是否存在最小值，若存在，请求出此时点 P 的坐标；若不存在，请说明理由；

（3）点 N 在 x 轴正半轴上，点 M 是反比例函数 $y=\dfrac{3}{x}(x>0)$ 的图象上的一个点，若$\triangle AMN$ 是以点 A 为直角顶点的等腰直角三角形时，求所有满足条件的点 M 的坐标.



【答案】见解析

【解析】（1）依题意解方程：$\frac{3}{x}=-x+4$，得：$x_1=3$，$x_2=1$，

则点 A 的坐标为 $(3,1)$，点 B 的坐标为 $(1,3)$， ……………………………………3 分

（2）依题意作点 B 的关于 y 轴的对称点 $B'(-1,3)$，连接 AB'，

设直线 AB' 的解析式为 $y=kx+b$，将点 $A(3,1)$，$B'(-1,3)$ 代入，

得：$\begin{cases}1=3k+b\\3=-x+b\end{cases}$，解得：$k=-\frac{1}{2}$，$b=\frac{5}{2}$，

$\therefore$ 直线 AB' 的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$，使直线与 y 轴的交点为 $\left(0,\frac{5}{2}\right)$，

$\therefore$ 当点 P 的坐标为 $\left(0,\frac{5}{2}\right)$ 时，$PA+PB$ 有最小值，此时 $\triangle PAB$ 的周长最小． …6 分

（3）设点 M 坐标为 $\left(x,\frac{3}{x}\right)$，

①如图 2，当点 M 在点 A 左侧时，过点 A 作 x 轴垂线，垂足为点 D，过点 M 作 y 轴的垂线，与 DA 相交于点 C；

$\because \angle MAC+\angle DAN=\angle AMC+\angle MAC=90^\circ$，

$\therefore \angle DAN=\angle AMC$，

又 $\because \angle ACM=\angle ADN=90^\circ$，$AM=AN$，

$\therefore \triangle ACM \cong \triangle NDA$（AAS）

$\therefore CM=AD$，

即：$3-x=1$，解得：$x=2$，

$\therefore$ 点 M 坐标为 $\left(2,\frac{3}{2}\right)$； ……………………………………………8 分

②如图 3，当点 M 在点 A 右侧时，过点 M，N 作 y 轴的平行线与过点 A 作 y 轴的垂线交于点 E，F；

同理可证：$\triangle AEM \cong \triangle NFA$，可得：$AE=NF$，

即：$x-3=1$，解得：$x=4$，

$\therefore$ 点 M 坐标为 $\left(4,\frac{3}{4}\right)$；

综上所述：点 M 坐标为 $\left(2,\frac{3}{2}\right)$ 和 $\left(4,\frac{3}{4}\right)$． ……………………………………10 分

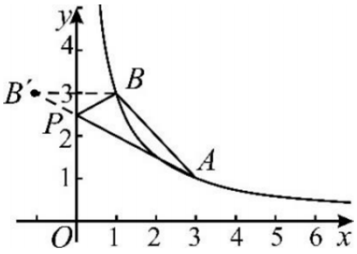


图 1

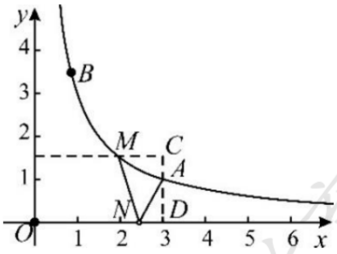


图 2

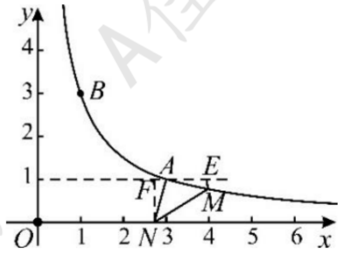


图 3

26.（10 分）九年级 2201 班数学创新小组对三角形中的三等角问题进行深入研究：

已知：等腰△ABC 中，$AB=AC=1$，$\angle PDQ$ 的顶点 D 在△ABC 三边上的不同位置都满足 $\angle PDQ=\angle ABC=\angle ACB$.

【一线模型】如图 1：当 $\angle PDQ$ 的顶点 D 在底边 BC 上，与两腰 AB，AC 分别交于点 E，F，求证：$\triangle BDE\backsim\triangle CFD$；

【变化模型】如图 2：当 $\angle PDQ$ 的顶点 D 与点 A 重合，与底边 BC 及其延长线分别交于点 E，F，求 $BE\cdot CF$ 的值；

【拓展延伸】如图 3：当 $\angle PDQ$ 的顶点 D 在 AB 边上，与底边 BC 分别交于点 E，F，且 $BD=kAB$，求 $BE\cdot(kBC-BF)$ 的值．（用 k 的代数式表示）

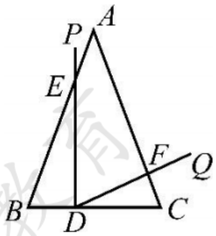


图 1

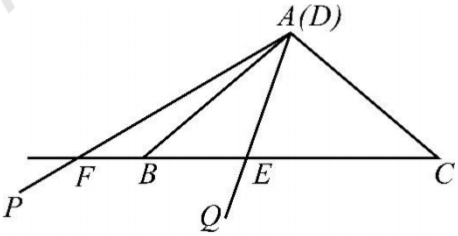


图 2

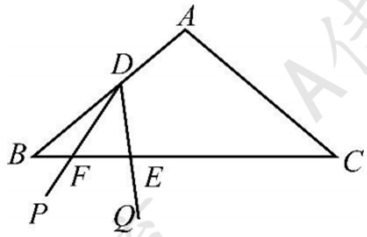


图 3

【答案】见解析

【解析】（1）$\because \angle EDC=\angle B+\angle BED=\angle PDQ+\angle CDF$，

$\therefore \angle BED=\angle CDF$，且 $\angle ABC=\angle ACB$，

$\therefore \triangle BDE\backsim\triangle CFD$； ……………………………………3 分

（2）$\because \angle DBE=\angle DFE+\angle BDF$，$\angle PDQ=\angle BDE+\angle BDF$，

而 $\angle PDQ=\angle DBE$，

$\therefore \angle DFE=\angle BDE$，且 $\angle DBC=\angle DCB$，

$\therefore \triangle BDE\backsim\triangle CFD$，

$\therefore \dfrac{BE}{BD}=\dfrac{CD}{CF}$，即：$BE\cdot CF=BD\cdot CD=1$； ……………………………………6 分

（3）如图 3，过点 D 作 $DM/\!/AC$，则：$\dfrac{BD}{AB}=\dfrac{BM}{BC}$，$\angle ABC=\angle ACB=\angle DMB$，

$\therefore DM = BD = kAB = k$，

$\because BD = kAB$，

$\therefore BM = kBC$，

则 $kBC - BF = BM - BF = MF$，

同理可证：$\triangle BDE \backsim \triangle MFD$，

$\therefore \dfrac{BE}{MD} = \dfrac{BD}{MF}$，即 $BE \cdot MF = BD \cdot MD = k \cdot k = k^2$，

$\therefore BE \cdot (kBC - BF) = BE \cdot MF = k^2$．　　………………………………10 分

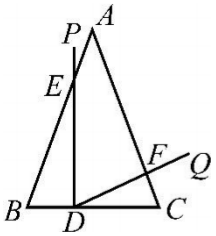


图 1

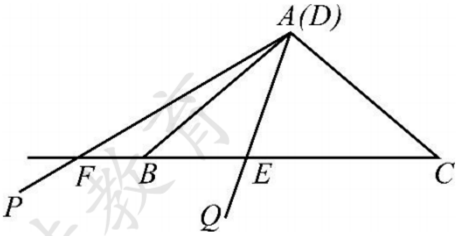


图 2

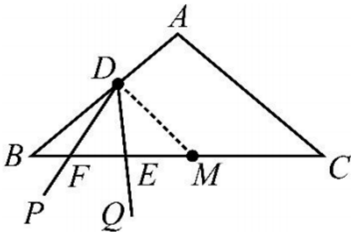


图 3